2018 考研数学（一）真题（完整版）

来源：文都教育

一、选择题

1.下列函数中，在 $x=0$ 处不可导的是：

A. $f(x)=|x|\sin|x|$

B. $f(x)=|x|\sin\sqrt{|x|}$

C. $f(x)=\cos|x|$

D. $f(x)=\cos\sqrt{|x|}$

2.过点 $(1,0,0),(0,1,0)$，且与曲面 $z=x^2+y^2$ 相切的平面为：

A. $z=0$ 与 $x+y-z=1$

B. $z=0$ 与 $2x+2y-z=2$

C. $x=y$ 与 $x+y-z=1$

D. $x=y$ 与 $2x+2y-z=2$

3. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+3}{(2n+1)!}=$

A. $\sin1+\cos1.$
B. $2\sin1+\cos1.$
C. $2\sin1+2\cos1.$
D. $2\sin1+3\cos1.$

4.设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+x)^2}{1+x^2}\mathrm{d}x,\ N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x,\ K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\sqrt{\cos x}\right)\mathrm{d}x.$ 则：

A. $M>N>K$
B. $M>K>N$
C. $K>M>N$
D. $K>N>M$

5.下列矩阵中，与矩阵$\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$相似的为：

A.$\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$

B.$\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$

C.$\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$

D.$\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$

6.设A,B为n阶矩阵，记$r(X)$为矩阵X的秩，$(X\ Y)$表示分块矩阵，则

A.$r(A\ AB)=r(A)$

B.$r(B\ BA)=r(A)$

C.$r(A\ B)=\max\{r(A),r(B)\}$

D.$r(A\ B)=r(A^{\mathrm{T}}\ B^{\mathrm{T}})$

7.设随机变量X的概率密度$f(x)$满足$f(1+x)=f(1-x)$，且$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=0.6$，则$P\{x<0\}=$

A.0.2
B.0.3
C.0.4
D.0.5

8.设总体X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$. $X_1,X_2,\cdots X_n$是来自总体X的简单随机样本，据此样本检验假设：$H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\neq\mu_0$. 则：

A.如果在检验水平$\alpha=0.05$下拒绝H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必拒绝H_0.

B.如果在检验水平$\alpha=0.05$下拒绝H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必接受H_0.

C.如果在检验水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0，那么在检验水平 $\alpha=0.01$ 下必拒绝 H_0.

D.如果在检验水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0，那么在检验水平 $\alpha=0.01$ 下必接受 H_0.

二、填空题

9.若 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}\right)^{\frac{1}{\sin kx}}=e$, 则 $k=$________.

10.设函数 $f(x)$ 具有 2 阶连续导数，若曲线 $y=f(x)$ 过点（0.0）且与曲线 $y=2^x$ 在点（1，2）处相切，则 $\int_0^1 xf''(x)dx=$________.

11.设 $F(x,y,z)=xy\vec{i}-yz\vec{j}+zx\vec{k}$, 则 $rot\vec{F}(1,1,0)=$________.

12.设 L 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 与平面 $x+y+z=0$ 的交线，则 $\oint_L xyds=$________.

13.设 2 阶矩阵 A 有两个不同特征值，α_1,α_2 是 A 的线性无关的特征向量，且满足 $A^2(\alpha_1+\alpha_2)=\alpha_1+\alpha_2$，

则 $|A|=$________.

14.设随机事件 A 与 B 相互独立，A 与 C 相互独立，

$BC\neq\varnothing$.若 $P(A)=P(B)=\dfrac{1}{2}, P(AC|AB\cup C)\dfrac{1}{4}$, 则 $P(C)=$________.

三、解答题

（15）求不定积分 $\int e^{2x}\arctan\sqrt{e^x-1}dx.$

（16）一根绳子长 2m，截成三段，分别折成圆、三角形、正方形，这三段分别为多长时所得的面积总和最小，并求该最小值.

（17）曲面 $\sum: x=\sqrt{1-3y^2-3z^2}$ ，取正面，求 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+(y^3+z)dxdz+z^3dxdy$

（18）微分方程 $y'+y=f(x)$

（Ⅰ）当 $f(x)=x$ 时，求微分方程的通解.

（Ⅱ）当 $f(x)$ 为周期函数时，证微分方程有通解与其对应，且该通解也为周期函数.

（19）数列 $\{x_n\}, x_1>0, x_ne^{x_{n-1}}=e^{x_n}-1$. 证：$\{x_n\}$ 收敛，并求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

（20）

设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2+x_3)^2+(x_2+x_3)^2+(x_1+ax_3)^2$ ，其中 a 是参数.

（Ⅰ）求 $f(x_1,x_2,x_3)=0$ 的解；

（Ⅱ）求 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的规范形.

（21）已知 a 是常数，且矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&a\\1&3&0\\2&7&-a\end{pmatrix}$ 可经初等列变换化为矩阵 $B=\begin{pmatrix}1&a&2\\0&1&1\\-1&1&1\end{pmatrix}$.

（Ⅰ）求 a;

（Ⅱ）求满足 $AP=B$ 的可逆矩阵 P.

（22）已知随机变量 X,Y 相互独立，且 $P\{X=1\}=P\{X=-1\}=\frac{1}{2}$，$Y$ 服从参数为 λ 的泊松分布，$Z=XY$

（Ⅰ）求 $\mathrm{cov}(X,Z)$；

（Ⅱ）求 Z 的分布律

（23）已知总体 X 的密度函数为 $f(x,\sigma)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}},-\infty<x<+\infty,X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，σ 为大于 0 的参数，σ 的最大似然估计量为 $\hat{\sigma}$

（Ⅰ）求 $\hat{\sigma}$；

（Ⅱ）求 $E\hat{\sigma},D\hat{\sigma}$.

文都教育